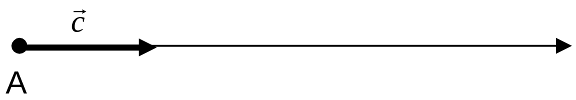
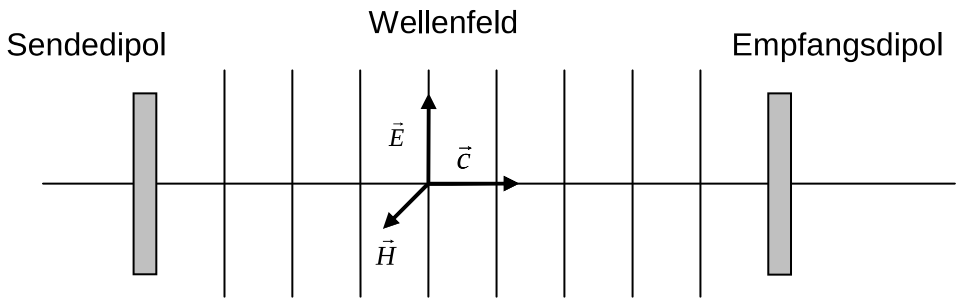
4. Ausbreitung elektromagnetischer Wellenfelder in Hohlleitern

Weil das Modell „Lichtstrahl“ nur bestimmte Aspekte der Lichtausbreitung korrekt wiedergibt, wurde zur Erklärung der Aberration zusätzlich zur Lichtgeschwindigkeit c noch die Phasengeschwindigkeit c_{Ph} berücksichtigt.
Um aber den gesamten Komplex der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen unter einheitlichen Gesichtspunkten darstellen zu können, müssen auch jene Körper in die Betrachtung einbezogen werden, die Strahlung aussenden bzw. empfangen. Auch Hindernisse, die Abweichungen von der freien Wellenausbreitung verursachen, müssen Berücksichtigung finden. Erst das System Sender – Wellenfeld – Empfänger in seiner Gesamtheit vermag die beobachteten Phänomene in einen gemeinsamen Bezugsrahmen zu stellen.

Für Mathematiker genügt meist die Vorstellung:
Zur Zeit t_A gehe ein Lichtstrahl von A aus… [1] S. 896

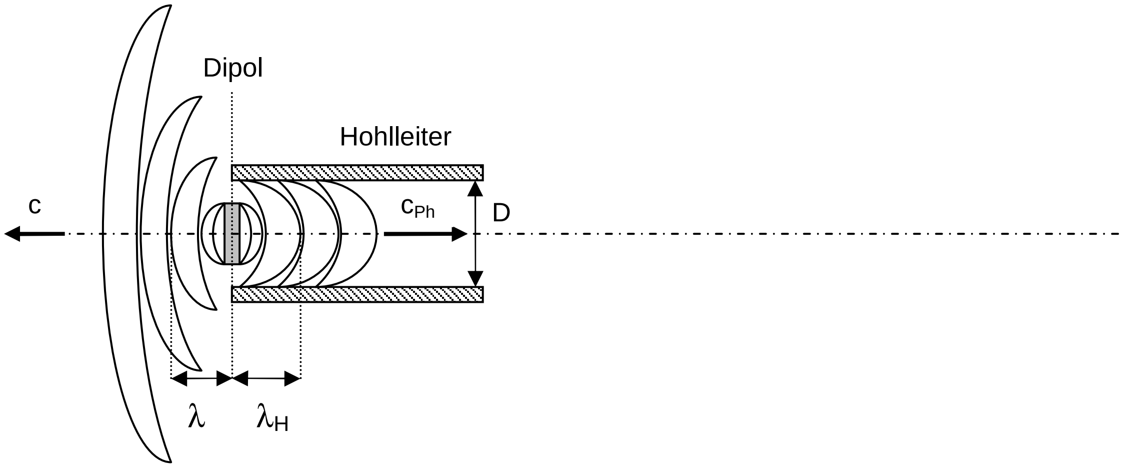


Diese eindimensionale Darstellung enthält keinerlei Informationen über den konkreten Sende- bzw. Empfangsdipol und das dreidimensionale Wellenfeld. Die Dipole schrumpfen zu Punkten, das Wellenfeld wird auf einen Strahl reduziert. Man setzt hier die folgende Standardanordnung voraus.

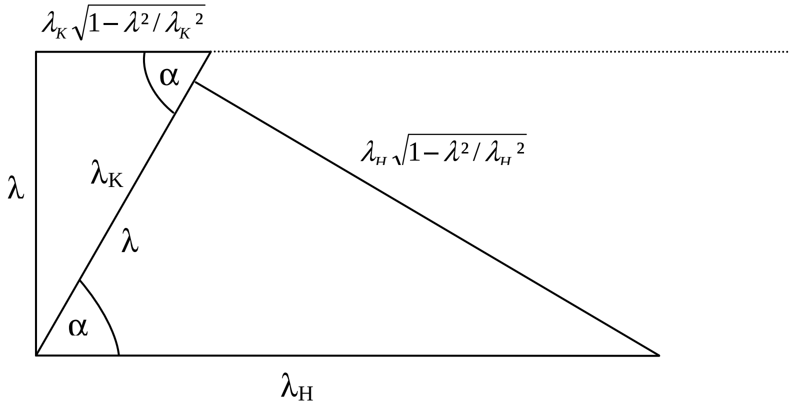


Aber welche zusätzlichen Phänomene tauchen auf, wenn z.B. die Dipole mit v entlang der Ausbreitungsrichtung oder senkrecht dazu bewegt werden? Wie wirkt es sich aus, wenn ein Dipol um einen Winkel $\alpha > 0$ gekippt wird? Was geschieht, wenn das mit c bewegte Wellenfeld in seiner Ausbreitung durch Hindernisse gestört wird, wie dies in Hohlleitern der Fall sein kann?

Letzterer Fall soll zunächst betrachtet werden, weil sich hier eine Vielfalt zusätzlicher Phänomene andeutet. Deren Analyse könnte zu einer Vereinheitlichung bislang widersprüchlich scheinender Aussagen führen.



Ein Dipol der Länge l = λ/2 sei zentral an der Eingangsöffnung eines Hohlleiters angebracht. Nach links breiten sich die elektromagnetischen Felder ungestört mit c aus. In den Hohlleiter hinein werden sie abhängig von der Dipollänge (bzw. Wellenlänge) und vom Hohlleiterdurchmesser „deformiert" und eilen mit der Phasengeschwindigkeit c_{Ph} nach rechts.



Das kleine Dreieck zeigt die Verhältnisse zwischen Dipolwellenlänge λ und Grenzwellenlänge λ_K, das große Dreieck macht den Zusammenhang zwischen λ und Hohlleiterwellenlänge λ_H deutlich.

Die Seitenverhältnisse der Dreiecke lassen sich auch durch Winkelbeziehungen ausdrücken:

$$\cos\alpha = \frac{\lambda_K\sqrt{1-\lambda^2/\lambda_K{}^2}}{\lambda_K} = \sqrt{1-\lambda^2/\lambda_K{}^2} \quad \text{(kleines Dreieck)}$$

$$\cos\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_H} \quad \text{(großes Dreieck)}$$

Daraus folgt nach Gleichsetzung

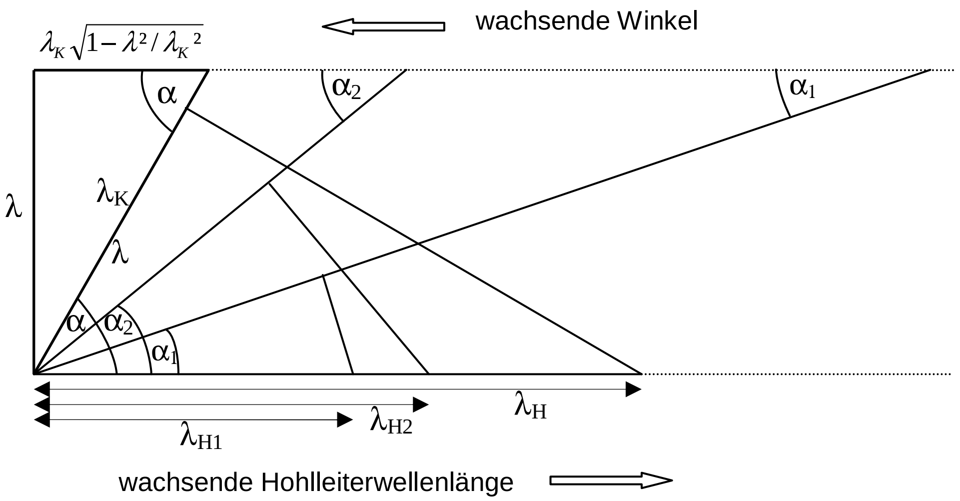
$$\boxed{\lambda_H = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2/\lambda_k{}^2}}}$$

mit λ vom Dipol abgestrahlte Wellenlänge,
λ_H Wellenlänge im Hohlleiter (entspricht einer Phasenwellenlänge),
λ_K Grenzwellenlänge (strebt gegen 2D).

Dieser theoretisch abgeleitete Zusammenhang ist experimentell gut gesichert. Dabei ist $\lambda_H > \lambda$, $c_{Ph} > c$ und $\lambda_K/2 < D$. Die Dipollänge $l = \lambda_K/2$ muss also immer kürzer sein als der Hohlleiterdurchmesser D, andernfalls findet keine Wellenausbreitung statt. Nähert sich die Wellenlänge λ der vom Querschnitt D abhängigen Grenzwellenlänge λ_K, so streben Hohlleiterwellenlänge und Phasengeschwindigkeit gegen unendlich. Das heißt aber, dass die Laufzeiten der Phasenwelle durch den Hohlleiter immer kleiner werden und schließlich gegen Null streben.

Ist der Dipol z.B. halb so lang wie der Hohlleiterdurchmesser, so gilt $\frac{\lambda}{2} = \frac{D}{2} = \frac{\lambda_K}{4}$, d.h. $\lambda = \lambda_K/2$ oder $\lambda/\lambda_K = 0{,}5$. Daraus berechnet sich mit Gleichung (6) die Hohlleiterwellenlänge $\lambda_H = 1{,}15\ \lambda$.

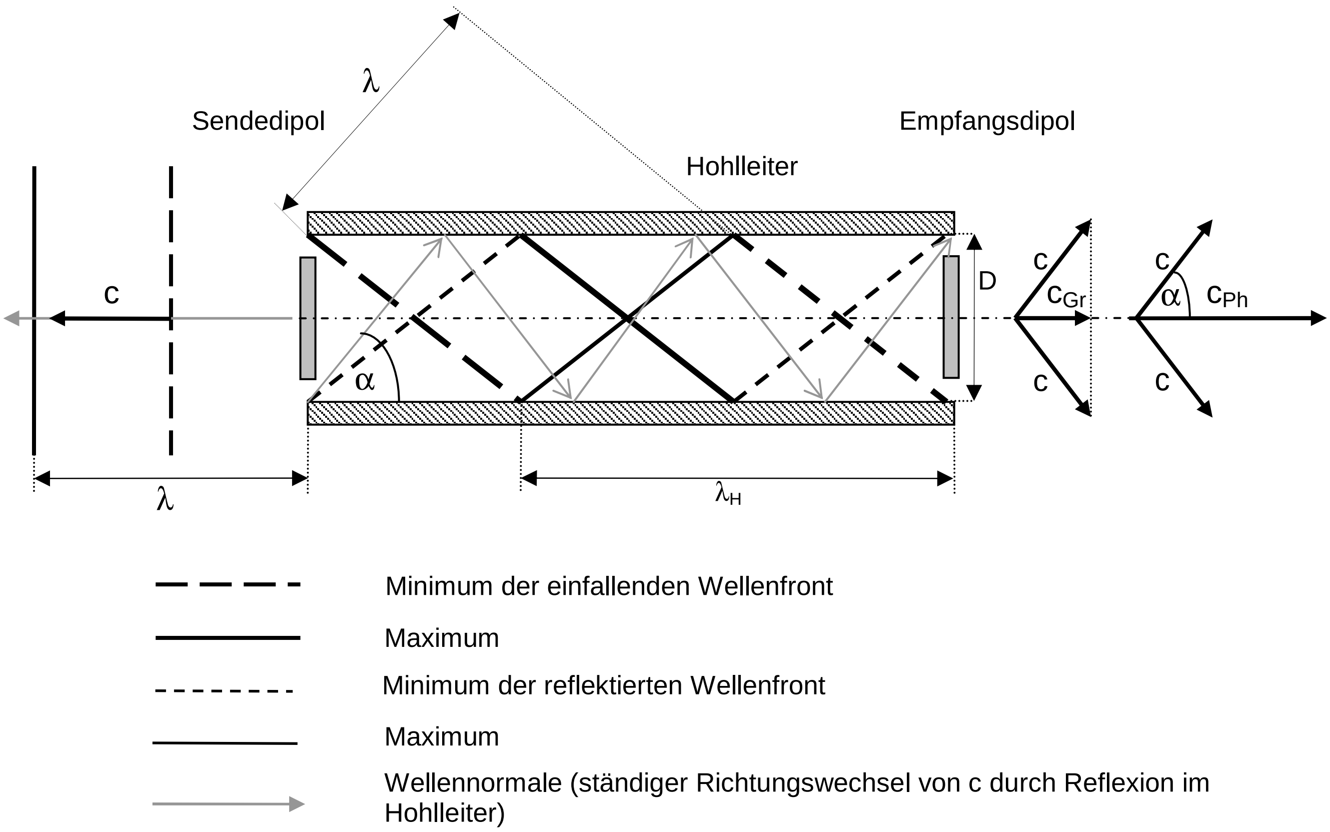
Welche Veränderungen ergeben sich bei Änderung des Verhältnisses λ/λ_K? Was geschieht also, wenn die Dipollänge $l = \lambda/2$ bei konstantem Hohlleiterdurchmesser D größer wird und immer längere Wellen abstrahlt (bzw. D und damit λ_K bei konstanter Dipollänge „schrumpft“)?



Aus der Gleichung bzw. Zeichnung lassen sich folgende Aussagen ableiten:

1. Ist λ sehr klein gegen λ_K (handelt es sich am Hohlleitereingang z.B. um einen sehr kurzen Dipol gegenüber dem Rohrdurchmesser), so können sich die Wellen auch im Hohlleiter ungestört ausbreiten. Die Wellenlänge λ bei freier Ausbreitung unterscheidet sich nicht von der Hohlraumwellenlänge λ_H. Lichtgeschwindigkeit c und Phasengeschwindigkeit c_H haben gleiche Richtung und gleichen Betrag.
2. Wird das Verhältnis λ/λ_K größer als Null, so sind λ_H und λ nicht mehr identisch. c und c_H unterscheiden sich in Richtung (Winkel α) und im Betrag.
3. Der Korrekturfaktor ist die Kosinusbeziehung
$\cos\alpha = \sqrt{1-\lambda^2/\lambda_K{}^2}$ bzw. $\cos\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_H}$

Auf den ersten Blick sollten im Hohlleiter Lichtgeschwindigkeit c und Phasengeschwindigkeit c_{Ph} nur parallel zu den Wänden laufen können, so dass der einschließende Winkel α stets Null wäre. Eine differenzierte Betrachtung zeigt die tatsächlichen Verhältnisse, die auf Winkel α größer Null führen können.



Von einem Dipol in den freien Raum abgestrahlte Wellen (nach links) genügen dem Axiom von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, denn alle Voraussetzungen dafür sind erfüllt (siehe Kap. 3).
Im Hohlleiter kann von einer freien Ausbreitung nicht mehr die Rede sein. Die Voraussetzungen sind nur dann gegeben, wenn die schwingenden Feldvektoren der elektrischen und magnetischen Feldstärke in eine Ebene ausweichen, die um den Winkel α geneigt ist und somit zwischen den Hohlleiterwänden der benötigte Raum zur „freien“ Ausbreitung wieder zur Verfügung steht. Damit ändert sich auch die Ausbreitungsrichtung von c. Die nach rechts in den Hohlleiter hinein abgestrahlten Wellen werden folglich zwischen den Wänden reflektiert und die Wellennormalen ergeben das Bild einer Zickzacklinie. Die Überlagerungen von einfallenden und reflektierten Wellenfronten erzeugen ein Muster von Verstärkungen und Auslöschungen, die als Phasenwelle mit größerer Wellenlänge λ_H und Geschwindigkeit c_{Ph} ebenfalls nach rechts laufen.
Ein Vergleich zwischen der auf einen Zickzackkurs gezwungenen Welle und der zugehörigen Phasenwelle zeigt:

- Beide Wellen benötigen beim Durchlauf vom Sende- zum Empfangsdipol dieselbe Zeit. Für eine Periode gilt $T = \lambda/c$ bzw. $T = \lambda_H/c_{Ph}$.

- Der Sendedipol erzeugt Wellen der Länge λ, der Empfangsdipol registriert die mit c schräg einlaufenden elektromagnetischen Wellen so, als handelte es sich infolge des längeren Durchlaufs um längere Wellen (der Dipol mit der Länge $l = \lambda/2$ ist zu kurz für die verlustfreie Aufnahme der Schwingungsenergie). Diese Feststellung ist äquivalent der Interpretation, es würden die weiter auseinander liegenden Maxima bzw. Minima einer Phasenwelle mit λ_H den Empfangsdipol senkrecht treffen.
- Es gilt
  für die Phasengeschwindigkeit: $c_{Ph} = c/\cos\alpha$,
  für die Gruppengeschwindigkeit: $c_{Gr} = c\cdot\cos\alpha$,
  für die Lichtgeschwindigkeit: $c = \sqrt{c_{Ph} \cdot c_{Gr}}$, $c = c_{Ph}/\cos\alpha$,
  für die Phasenwellenlänge im Hohlleiter: $\lambda_H = \lambda/\cos\alpha$.

Mit zunehmendem Winkel α nimmt die für den Energietransport zuständige Gruppengeschwindigkeit c_{Gr} ab – unabhängig vom betrachteten Laufweg. Die zunehmende Phasengeschwindigkeit ist ja mit abnehmender Gruppengeschwindigkeit erkauft und bringt deshalb energetisch nur Verlust. Das hängt mit der immer geringeren transversalen Komponente der Feldvektoren bzw. dem wachsenden Anteil der longitudinalen Komponenten zusammen (letztere tragen nichts zur Feldänderung im Empfangsdipol bei). Auf dem längeren Zickzackkurs erreicht den Empfangsdipol exakt die gleiche (geringere) Energieportion wie auf dem kürzeren direkten Weg durch die langwelligere Phasenwelle. Letztlich handelt es sich um zwei Betrachtungsweisen ein und desselben Vorganges.
Gleichgültig, welche Interpretation man bevorzugt, kommt immer derselbe Korrekturfaktor $\cos\alpha$ ins Spiel.

Die Ausbreitung von Mikrowellen im Hohlleiter zwischen ruhendem Sende- bzw. Empfangsdipol führt zu Asymmetrien, die nicht auf Relativbewegung zurückgeführt werden können. Hier verursachen ausschließlich makroskopische Hindernisse die freie Wellenausbreitung. Werden die am Empfänger registrierten Wellen mit dem Kosinusfaktor korrigiert, lassen sich Rückschlüsse auf die vom Sender ausgesandten Wellen ziehen.